

Неравенства 3

1. Докажите, что в любом многоугольнике найдутся две стороны, отношение которых заключено между числами $1/2$ и 2 .

2. В Москве живет 2000 математиков, в Санкт-Петербурге и Красноярске — по 500, в Екатеринбурге — 200, а остальные 100 рассеяны по территории России. Где нужно устроить всероссийскую олимпиаду по математике, чтобы транспортные расходы участников были минимальны?

3. Решить уравнение $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$

4. Решить равенство $|x^2 - 4x - 1| + |x^2 - 101x| = 2x^2 - 105x - 1$

5. Положительные числа a, b, c таковы, что $abc = 1$. Докажите неравенство $\frac{1}{1+a+b} + \frac{1}{1+b+c} + \frac{1}{1+a+c} \leq 1$

Hint: используйте замены вида $a = x^3$

6. Докажите неравенство: $abc \geq (a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)$, где $a > 0, b > 0, c > 0$

7. Докажите, что при $a, b, c > 0$ выполняется неравенство $4a^3 + 4b^3 + 4c^3 + 15abc \geq (a+b+c)^3$

Неравенства 3

1. Докажите, что в любом многоугольнике найдутся две стороны, отношение которых заключено между числами $1/2$ и 2 .

2. В Москве живет 2000 математиков, в Санкт-Петербурге и Красноярске — по 500, в Екатеринбурге — 200, а остальные 100 рассеяны по территории России. Где нужно устроить всероссийскую олимпиаду по математике, чтобы транспортные расходы участников были минимальны?

3. Решить уравнение $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$

4. Решить равенство $|x^2 - 4x - 1| + |x^2 - 101x| = 2x^2 - 105x - 1$

5. Положительные числа a, b, c таковы, что $abc = 1$. Докажите неравенство $\frac{1}{1+a+b} + \frac{1}{1+b+c} + \frac{1}{1+a+c} \leq 1$

Hint: используйте замены вида $a = x^3$

6. Докажите неравенство: $abc \geq (a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)$, где $a > 0, b > 0, c > 0$

7. Докажите, что при $a, b, c > 0$ выполняется неравенство $4a^3 + 4b^3 + 4c^3 + 15abc \geq (a+b+c)^3$