

Числа Фибоначчи и линейные рекурренты

Задача 1. Сколькими способами можно посадить нескольких (не меньше нуля) интровертов на n стоящих в ряд стульев так, чтобы никакие двое не сидели бы рядом?

Задача 2. Найдите две не пропорциональные друг другу последовательности, удовлетворяющие соотношению:

а) $A(n) = 3A(n-1) - 2A(n-2)$;

б) $A(n) = 5A(n-1) - 6A(n-2)$;

в) $A(n) = 2A(n-1) - A(n-2)$.

Задача 3. Последовательность задана рекуррентным соотношением $A(n) = 3A(n-1) - 3A(n-2) + A(n-3)$ с начальными условиями $A(0) = A(1) = 0$, $A(2) = 1$. Найдите $A(100)$.

Задача 4. Определим числа Фибоначчи для отрицательных n тем же соотношением: $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$. Найдите $F(-10)$.

Задача 5*. Сколькими способами можно замостить доминошками 2×1 доску размера $3 \times 2n$?

Задача 6*. Напишите рекуррентное соотношение на число способов сложить башню $2 \times 2 \times n$ из кирпичей $2 \times 1 \times 1$ (кирпичи можно класть как горизонтально, так и вертикально).