Многочлены с целыми коэффициентами и делимость — 2

Все многочлены в этом листочке — с целыми коэффициентами.

Задача 1. Пусть $P(x) = x^2 + x + 1$. Для некоторого натурального a и простого $q > 3$ оказалось, что $P(a) \vdots q$. Докажите, что $q = 3k + 1$.

Задача 2. Докажите, что в арифметической прогрессии $a_n = 3n+1$ бесконечно много простых чисел.

Задача 3. a) Сформулируйте и докажите аналог первой задачи для произвольного нечётного простого числа (подберите правильный многочлен, для которого это свойство выполняется).
b) Сформулируйте и докажите аналог первой задачи для произвольной степени двойки.

Задача 4. a) Сформулируйте и докажите аналог второй задачи для произвольного нечётного простого числа.
b) Сформулируйте и докажите аналог второй задачи для произвольной степени двойки.

Группа Д, 14.06.14

Многочлены с целыми коэффициентами и делимость — 2

Все многочлены в этом листочке — с целыми коэффициентами.

Задача 1. Пусть $P(x) = x^2 + x + 1$. Для некоторого натурального a и простого $q > 3$ оказалось, что $P(a) \vdots q$. Докажите, что $q = 3k + 1$.

Задача 2. Докажите, что в арифметической прогрессии $a_n = 3n+1$ бесконечно много простых чисел.

Задача 3. a) Сформулируйте и докажите аналог первой задачи для произвольного нечётного простого числа (подберите правильный многочлен, для которого это свойство выполняется).
b) Сформулируйте и докажите аналог первой задачи для произвольной степени двойки.

Задача 4. a) Сформулируйте и докажите аналог второй задачи для произвольного нечётного простого числа.
b) Сформулируйте и докажите аналог второй задачи для произвольной степени двойки.