29 июня 2015 г.

Эйлерова характеристика-II.

Задача 1 (1 балл)**.** Найдите количество вершин, ребер и граней разбиения плоскости n прямыми общего положения. Проверьте выполнение формулы Эйлера.

Задача 2 (1 балл)**.** Докажите, что сумма углов (не обязательно выпуклого) многоугольника равна $180^\circ(n-2)$, где n — число сторон.

Задача 3 (2 балла)**.** Докажите формулу Эйлера $\text{В} - \text{Р} + \text{Г} = 1$ для произвольного (не обязательно треугольного) разбиения многоугольника Φ.

Задача 4 (2 балла)**.** Семиугольник разбит на выпуклые пяти- и шестиугольники, причем так, что каждая его вершина является вершиной по крайней мере двух многоугольников разбиения. Докажите, что число пятиугольников разбиения не меньше 13.

Задача 5 (2 балла)**.** На плоскости отмечены вершины правильного 57-угольника. Розенкранц и Гильденстерн по очереди соединяют отрезком какие-то две различные еще не соединенные точки. При этом требуется, чтобы эти отрезки не пересекались нигде, кроме своих концов. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Розенкранц ходит первым. Кто выигрывает при правильной игре?

Задача 6 (2 балла)**.** Найдите эйлерову характеристику произвольной многоуольной фигуры Φ, чья граница является несвязным объединением некоторого количества простых циклов (то есть Φ — многоугольник, из внутренности которого вырезаны несколько меньших многоугольников).

29 июня 2015 г.

Эйлерова характеристика-II.

Задача 1 (1 балл)**.** Найдите количество вершин, ребер и граней разбиения плоскости n прямыми общего положения. Проверьте выполнение формулы Эйлера.

Задача 2 (1 балл)**.** Докажите, что сумма углов (не обязательно выпуклого) многоугольника равна $180^\circ(n-2)$, где n — число сторон.

Задача 3 (2 балла)**.** Докажите формулу Эйлера $\text{В} - \text{Р} + \text{Г} = 1$ для произвольного (не обязательно треугольного) разбиения многоугольника Φ.

Задача 4 (2 балла)**.** Семиугольник разбит на выпуклые пяти- и шестиугольники, причем так, что каждая его вершина является вершиной по крайней мере двух многоугольников разбиения. Докажите, что число пятиугольников разбиения не меньше 13.

Задача 5 (2 балла)**.** На плоскости отмечены вершины правильного 57-угольника. Розенкранц и Гильденстерн по очереди соединяют отрезком какие-то две различные еще не соединенные точки. При этом требуется, чтобы эти отрезки не пересекались нигде, кроме своих концов. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Розенкранц ходит первым. Кто выигрывает при правильной игре?

Задача 6 (2 балла)**.** Найдите эйлерову характеристику произвольной многоуольной фигуры Φ, чья граница является несвязным объединением некоторого количества простых циклов (то есть Φ — многоугольник, из внутренности которого вырезаны несколько меньших многоугольников).