

Разрезания квадратов

Задача 1. При каких натуральных n квадрат можно разрезать на n квадратов?

Задача 2 (Mrs Perkins's Quilt). For Christmas, Mrs. Potipher Perkins received a very pretty patchwork quilt constructed of 169 square pieces of silk material. The puzzle is to find the smallest number of square portions of which the quilt could be composed and show how they might be joined together. Or, to put it the reverse way, divide the quilt into as few square portions as possible by merely cutting the stitches.

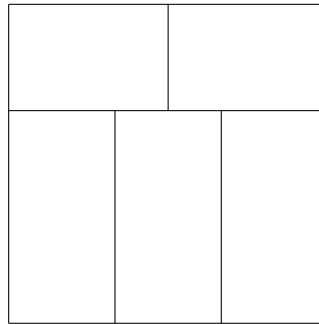
Эту классическую задачу опубликовал Sam Loyd в 1907 в Our Puzzle Magazine. Чтобы вам было проще её решить, скажем, что минимальное число квадратов 11, а схему разрезания можно увидеть на обороте.

Задача 3. Докажите, что куб нельзя разбить на различные кубы.

Подсказка: рассмотрите самый маленький куб, стоящий на нижней грани.

Задача 4. Докажите, что квадрат нельзя разрезать на прямоугольники с отношением сторон $\sqrt{2}$.

Задача 5. Квадрат разрезан на пять подобных прямоугольников. Найдите их отношение сторон.



Задача 6. Разрежьте квадрат на подобные прямоугольники с отношением сторон $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

Подсказка: в левую половину квадрата прямоугольники укладывайте горизонтально, а в правую вертикально.

Задача 7. Пусть r — корень многочлена $x^2 - bx + c$, где $b, c \in \mathbb{Q}$, $b, c > 0$. Докажите, что квадрат можно разрезать на подобные прямоугольники с отношением сторон r .